

ATENUACIÓN POR LLUVIA

Ernesto Sabogal Gómez

ATENUACIÓN POR LLUVIA



UNIVERSIDAD
EL BOSQUE

539.2

S11a

SABOGAL GÓMEZ, Ernesto

Atenuación por lluvia / Ernesto Sabogal Gómez. – Bogotá : Universidad El Bosque,
2013. – 112 p.

ISBN: 978-958-000-000-0 (IMPRESO)

1. Atenuación de ondas electromagnéticas
2. Dispersión de ondas electromagnéticas
3. Absorción de ondas electromagnéticas
4. Intensidad de Precipitación-modelos.



2ª edición: septiembre de 2013

ISBN: 978-958-739-031-5

© Universidad El Bosque

© Editorial Universidad El Bosque

© Ernesto Sabogal Gómez (Autor)

Rector

Carlos Felipe Escobar Roa

Vicerrector Académico

Miguel Ruiz Rubiano

Vicerrector Administrativo

Rafael Sánchez París

División de Investigaciones

Editorial Universidad El Bosque

Dirección: Carrera 7b Bis N.º 132-11, Torre D, 4.º piso

Teléfono: +57 (1) 684 9000

Correo electrónico: editorial@unbosque.edu.co

Sitio web: www.uelbosque.edu.co

Director: Miguel Otero Cadena

Coordinador Editorial: Francisco Javier Gutiérrez

Diseño, diagramación y cubierta: Alejandro Gallego

Corrección de estilo: Santiago Zuluaga Corredor

Impresión y acabados:

JAVEGRAF

Calle 46A n.º 82-54, PBX: 416 1600, Bogotá, D. C.

Impreso en Colombia - Printed in Colombia

© Todos los derechos reservados. Esta publicación no puede ser reproducida ni total ni parcialmente, ni entregada o transmitida por un sistema de recuperación de información, en ninguna forma ni por ningún medio, sin el permiso previo del autor.

*A todos los que me enseñaron que
allá afuera, en algún lugar, existe algo
maravilloso a ser descubierto*

Tabla de contenido //

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN	17
1.1 Atenuación por lluvia	19
1.1.1 Absorción	19
1.1.2 Dispersión	20
1.2 Disponibilidad	20
1.3 Atenuación por lluvia y su relación con la disponibilidad	21
1.4 Modelamiento	22
1.4.1 Tipos de modelos	22
1.4.2 Funciones de distribución	23
1.4.3 Función de distribución acumulativa	25
1.5 Tasa de lluvia y su relación con la atenuación	26
1.6 Tiempo de integración	27

CAPÍTULO II

MODELOS DE INTENSIDAD DE LLUVIA	29
2.1 Generalidades sobre lluvia	29
2.2 Modelo Rice-Holmberg (RH)	30
2.3 Modelo Rice-Holmberg modificado por Dutton-Dougherty	32
2.4 Modelo UIT	33
2.4.1 Zonas hidrometeorológicas P.837-1	33
2.4.2 Recomendaciones P.837-4 y P.837-5	34
2.5 Modelo Salonen-Baptista	37

2.6	Modelo Crane - Doble Componente	40
2.7	Modelo Chebil.....	41
2.8	Modelo Ito	42
2.9	Modelo Moupfouma	43
2.10	Modelo Capsoni et al	45
2.11	Comparación de los modelos.....	46
2.12	Comparación de resultados de los modelos.....	48

CAPÍTULO III

MODELOS ATENUACIÓN POR LLUVIA	51	
3.1	Modelo UIT	51
3.2	Modelo Crane (modelo global).....	54
3.3	Modificaciones al modelo UIT-R.....	56
3.3.1	Reino Unido (modelo RAL 2003).....	56
3.3.2	China	56
3.3.3	Australia	58
3.3.4	Brasil.....	59
3.4	Comparación de los modelos.....	59
3.5	Uso de los modelos	62
3.6	Caso Colombia	62

CAPÍTULO IV

ESTUDIOS DE SENSIBILIDAD	65	
4.1	Modelo Chebil.....	65
4.2	Modelo RH - modificado Dutton	69
4.2.1	Sensibilidad β	69
4.2.2	Sensibilidad modelo.....	72
4.3	Modelo Moupfouma	74

CAPÍTULO V

SIMULACIONES DE MONTE CARLO	77	
5.1	Definición	77
5.2	Método	77
5.3	Bondad de ajuste de funciones de distribución.....	78

5.3.1	Kolmogorov-Smirnov.....	79
5.3.2	Anderson-Darling.....	80
5.3.3	Chi-cuadrado (ji cuadrado).....	80
5.3.4	Distribución de M y DTH para los ejemplos de las simulaciones.....	82
5.4	Ejemplo simulación modelo Chebil.....	86

CAPÍTULO VI

MEDICIÓN DE INTENSIDAD DE LLUVIA	91
6.1 Pluviómetro de balancín.....	91
6.1.1 Descripción del sistema.....	91
6.1.2 Análisis de datos de pluviómetros de balancín.....	93
6.2 Sistema óptico.....	95
6.3 Aproximaciones desde tiempos de integración diferentes a 1 minuto.....	97
6.3.1 Método Karasawa et al.....	97
6.3.2 Modelo Lavergnat-Gole.....	98
6.3.3 Modelo Joo-Hwan et al.....	99
6.3.4 Modelo Capsoni et al.....	100

BIBLIOGRAFÍA	103
--------------	-----

Agradecimientos

Es importante nombrar la labor de la División de Investigaciones de la Universidad El Bosque en impulsar a los grupos y líneas de investigación de la Universidad “nacientes” o con baja producción mediante las convocatorias internas. Parte del trabajo que se presenta en este libro nace de un sub-proyecto “*Determinación de la tasa R_p para la ciudad de Bogotá*”, proyecto seleccionado dentro de una de las convocatorias realizadas por la División.

Deseo agradecer al Ing. Fabio Téllez por su valiosa colaboración en la elaboración de la metodología de investigación para el Programa de Ingeniería Electrónica, metodología que ha facilitado la ejecución de los proyectos de investigación mencionados en este libro.

Prefacio

Este libro nace del trabajo realizado por su autor y auxiliares de investigación durante la primera fase de ejecución del proyecto “*Determinación de un modelo de atenuación por lluvia para la banda de 5GHz a 30GHz para Bogotá*”. Aunque el alcance es limitado, la ciudad de Bogotá, se pretende lograr obtener el conocimiento necesario para luego dar un paso más ambicioso orientado a un modelo que cubra toda Colombia.

La necesidad del libro se origina del requerimiento de capacitar a los auxiliares de investigación del proyecto sobre los conceptos básicos requeridos para su desempeño en el proyecto. Tarea que se fue convirtiendo rutinaria y de alto consumo de tiempo para el director y sus auxiliares más avanzados; por lo cual, se decide crear el actual libro como medio para una rápida capacitación en los conceptos básicos y los modelos considerados como más relevantes al proyecto. Por otro lado, la lectura y comprensión de *papers* de alto contenido técnico no es una tarea fácil para los alumnos que se enfrentan a éstos por primera vez; se pretende dar un resumen e interpretación de las ideas fundamentales expuestas en éstos; de allí nace la estructura utilizada en el libro.

Adicionalmente se espera que este libro sirva como un *handbook* para aquellos interesados en modelos de atenuación por lluvia.

Capítulo I

Introducción

El libro se divide en seis capítulos. El primer capítulo trata temas generales, en ocasiones definiciones, necesarios y obligatorios para comprender la terminología que se presenta en los demás capítulos. Para los lectores nuevos en el tema se sugiere una lectura secuencial de los capítulos; posteriormente, los lectores con conocimientos del tema podrán utilizar el presente texto como una ayuda rápida y directa a los modelos: sus ecuaciones y usos; esto lleva a que el libro se presente casi como un *Handbook* en el tema de atenuación por lluvia.

El segundo capítulo describe los modelos para determinar la tasa de lluvia, presenta las ecuaciones y en caso que éstas no sean fáciles de entender en su uso se da una descripción paso a paso de cómo calcularla y qué datos son requeridos.

El tercer capítulo presenta los modelos que se consideraron para el estudio del proyecto, tratando de abarcar los clásicos y más pertinentes. Los modelos se describen en detalle. Cabe notar que, para el cálculo de la atenuación, se debe haber calculado previamente la tasa de lluvia; por lo cual, es fundamental el comprender cómo se realiza este paso antes de pasar a este capítulo.

El cuarto capítulo trata sobre cómo determinar la sensibilidad de los modelos. Los modelos descritos, en especial los de tasa de lluvia, dependen

de valores medidos. Como la medición introduce errores, el capítulo analiza la variación de los resultados de los modelos ante posibles variaciones de las variables de entrada.

El quinto capítulo trata sobre cómo realizar simulaciones utilizando el método de Monte Carlo. La idea general es si se conoce la función de distribución de las variables de entrada y las variables que las caracterizan (media, desviación, otras) se podrá determinar la forma de describir la variable de salida: función de distribución, otros. En caso que la variable siga una distribución normal se podrá determinar la media de ésta y sus porcentajes de confiabilidad.

El sexto y último capítulo presenta varios métodos para realizar mediciones de lluvia, cómo realizar la interpretación de estos y el análisis necesario para tratar de minimizar el error introducido por las limitaciones de los equipos.

Es importante anotar que el estudio se orienta a enlaces de microondas terrestres y no a enlaces satelitales (tierra-espacio). Por lo cual, varias de las ecuaciones que se presentan en este documento, en especial aquellas del capítulo 3, se han reducido o simplificado para representar este tipo de enlaces.

Normalmente el efecto de la lluvia en la propagación se observa en la atmósfera baja (máximo 10 km) y para frecuencias superiores a 1GHz; comenzando a ser crítica para frecuencias superiores a 5GHz.

A continuación se transcribe el planteamiento del problema a partir del cual nace el proyecto.

El principal impedimento, a nivel de radio propagación, para las frecuencias superiores a 10GHz es la lluvia; este impedimento se ve reflejado en la disponibilidad de las redes. El diseño de estas normalmente se hace utilizando modelos de atenuación no validados para el país o posiblemente con modelos correctos pero sin los apropiados datos. Existen modelos de propagación “universales” como los de la UIT, pero la misma entidad ha detectado “que en esta gama de frecuencias los métodos actuales se basan en gran medida en datos y que hay una necesidad constante de

mediciones de todas las regiones geográficas, especialmente de los países en desarrollo, a fin de mejorar la precisión de las técnicas de predicción.

Con el fin de determinar un modelo se requiere realizar mediciones de la atenuación en función de la intensidad de la lluvia. Se ha determinado que, con el fin que los resultados sean lo más exactos posibles, los periodos de integración de la tasa de lluvia deben ser lo más pequeños posibles siendo un valor ideal 1 minuto. Los equipos tradicionales de medición de lluvia realizan integraciones en una hora o superior; lo cual no es adecuado para poder adelantar un estudio de atenuación por lluvia. Adicionalmente se requiere analizar series largas de intensidad de lluvia (más de 5 años); la información del IDEAM está en acumulado diario. Existen modelos para poder determinar el acumulado en 1 minuto (mm/min) a partir de la información del acumulado de 24 horas, días de tormenta y meses de mayor intensidad de lluvia. Estos modelos, mayor parte empíricos, se deben ajustar a partir de mediciones regionales.

Del anterior planteamiento del problema ya se presentan algunas palabras claves que se deberán definir antes de proseguir al resto del libro.

1.1 Atenuación por lluvia

La atenuación por lluvia se debe básicamente a los fenómenos de absorción y dispersión de las ondas electromagnéticas por las gotas de lluvia.

1.1.1 Absorción

Cuando una onda electromagnética choca con una gota de agua los electrones de ésta se ven forzados a oscilar. Los electrones de un átomo de agua poseen frecuencias naturales de oscilación (la frecuencia es dependiente de la estructura molecular). En el caso que la frecuencia de la onda electromagnética sea diferente a la frecuencia de oscilación de los electrones del agua, éstos oscilan por unos nanosegundos y regresan a su estado original; durante la fase de oscilación los electrones colisionan con otros

átomos convirtiendo parte de la energía en calor. El anterior fenómeno se denomina absorción.

En el caso que la frecuencia de la onda sea igual o muy cercana a la de oscilación de los electrones se produce el fenómeno de resonancia, en este caso el electrón perdura más tiempo en el estado de excitación lo cual hace que se pierda más energía por las colisiones con los átomos vecinos.

1.1.2 Dispersión

Las gotas de lluvia en la atmósfera generan un medio de transmisión no uniforme causando que las ondas electromagnéticas se dispersen de su ruta original; la energía de las ondas que continúan por un camino diferente al establecido se pierde. La dispersión se genera por los fenómenos de refracción y difracción de las ondas.

En el caso de la refracción la gota de lluvia tiene un índice de refracción diferente al del medio circundante haciendo que el rayo tome un camino diferente. El ángulo de entrada y salida del rayo siguen la ley de Snell (1.1); donde η_1 y η_2 son el índice de refracción de los dos medios (aire y agua) y θ_1 y θ_2 los ángulos de entrada y salida del rayo.

$$\eta_1 \sin(\theta_1) = \eta_2 \sin(\theta_2) \quad (1.1)$$

Cuando la onda encuentra un obstáculo, la gota de lluvia, ésta se dobla alrededor del obstáculo desviando su trayectoria; este fenómeno se denomina difracción. El fenómeno toma más relevancia en la medida que la longitud de onda sea comparable al tamaño del obstáculo (un orden de magnitud). Los diámetros de las gotas de lluvia se encuentran entre 0.5 mm y 5mm. Por lo anterior el fenómeno de difracción toma mayor relevancia para frecuencias superiores a 6 GHz (longitud de onda de 50mm).

1.2 Disponibilidad

La disponibilidad de un enlace se define como el tiempo que éste se encuentra operativo dentro de los parámetros preestablecidos. Esta disponibilidad se da en “nueves”, la tabla 1.1 presenta los valores más utilizados para el diseño de enlaces y su equivalente en tiempo.

DISPONIBILIDAD	TIEMPO DÍAS/AÑO	TIEMPO NO DISPONIBLE PERMITIDO
99.9%	364.6	8.7 h/año
99.99%	364.96	52.5 min/año
99.999%	364.996	5.2 min/año

Tabla 1.1. Valores más utilizados de disponibilidad.

La disponibilidad de los enlaces de microondas, tanto terrestres como satelitales, se ve fuertemente asociada a los fenómenos de lluvia.

1.3 Atenuación por lluvia y su relación con la disponibilidad

Se ha determinado por mediciones que para las frecuencias superiores a 1GHz el factor predominante en la disponibilidad es la lluvia. La ecuación (1.2) relaciona la potencia transmitida con la potencia recibida, L determina las pérdidas normales de propagación y las cuales son cuasi estáticas en el tiempo, en teoría dependen de la frecuencia, distancia y topografía del terreno; valores que se pueden estimar como invariantes. La variable A indica la atenuación en exceso, es decir, atenuaciones adicionales al del camino de propagación y la cuál es variante en el tiempo; esta atenuación se relaciona primordialmente con los hidrometeoros.

$$P_{rx} \cong P_{tx} - L_{pathloss} - A \quad (1.2)$$

Los hidrometeoros son partículas sólidas o líquidas que caen a través de la atmosfera, entre ellos se encuentra la lluvia, la nieve, el granizo y la neblina. El presente libro se orienta solamente al fenómeno de la lluvia.

Con el fin de realizar un diseño que garantice una disponibilidad se debe asegurar que el fenómeno de lluvia no aparezca con una probabilidad complementaria a la disponibilidad. Si la disponibilidad deseada es del 99.9% se debe diseñar el enlace de tal manera que se debe tener en cuenta una atenuación en exceso que sobrepase el 0.1% del tiempo; este valor se denominará A_p . En la ecuación (1.3) se da una definición matemática de A_p ,

la cual básicamente es: la probabilidad que la atenuación sea superior —exceda— a A_p es igual a p .

$$P(A > A_p) = p\% \quad (1.3)$$

1.4 Modelamiento

Un modelo es una abstracción de la realidad, abstracción que representa una realidad compleja de la manera más sencilla y adecuada para lo que se desea modelar a través de los mínimos componentes que sean significativos al problema.

El mejor modelo es aquel que represente el mayor realismo, es decir, la menor diferencia entre su salida y los datos medidos del mundo real.

En el caso particular de atenuación por lluvia se evidencia que es un caso complejo ya que está dependerá de factores como: tamaño de la gota, densidad de gotas, velocidad de las gotas, entre otros. Así mismo la situación es variable ya que las condiciones de lluvia no son siempre iguales.

1.4.1 Tipos de modelos

Existen varias maneras de clasificar los modelos, en este caso particular se diferenciarán entre modelos determinísticos y modelos estocásticos.

Un modelo determinístico es aquel en el cual la salida se puede determinar de una manera precisa, a través de relaciones, sin la cabida de variación aleatoria. La relación entre corriente y voltaje en una resistencia se da por $V=IR$, para una corriente dada y un valor de resistencia siempre se obtendrá el mismo valor de voltaje.

Un modelo estocástico es aquel en el cual se utilizan funciones de distribución de probabilidad para representar variables y/o procesos que tienen un comportamiento aparente aleatorio.

El caso particular de la lluvia se puede definir como un proceso aleatorio ya que es imposible determinar todas las variables por valores determinísticos y así mismo se requiere de la medición de un gran número de éstas. Por otro lado el número de mediciones (histórico) puede ser muy limitado. Lo anterior hace que la mejor aproximación sea mediante un modelo estocástico.

1.4.2 Funciones de distribución

Si X es una variable aleatoria continua -como es la tasa de lluvia-, se define la función de densidad de probabilidad como una que cumpla con las condiciones de la ecuación (1.4).

$$\begin{aligned} f(x) &\geq 0, \forall x \\ \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx &= 1 \end{aligned} \quad (1.4)$$

Existen varias funciones de distribuciones continuas entre ellas las de interés para los modelos de lluvia son: gamma, exponencial, normal y log-normal.

La distribución gamma se define en la ecuación (1.5); donde la función gamma se define en la ecuación (1.6), por lo cual los parámetros de la función de distribución son α y β .

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} x^{(\alpha-1)} e^{-x/\beta} \quad (1.5)$$

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx \quad (1.6)$$

La función de distribución exponencial se define en la ecuación (1.7); el único parámetro de esta función es β .

$$f(x) = \frac{1}{\beta} e^{-x/\beta} \quad (1.7)$$

La función de distribución normal está dada por la ecuación (1.8); los parámetros de esta distribución es la media y la desviación estándar (μ y σ respectivamente).

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]^2} \quad (1.8)$$

Por último, la distribución log-normal (1.9) se describe en la ecuación y los parámetros de esta son los mismos de la distribución normal: la media y la desviación estándar.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right]^2} \quad (1.9)$$

En las figuras 1.1 y 1.2 se presentan las formas generales de las gráficas de las distribuciones antes descritas, para diferentes valores de σ para la normal, σ y μ para la log-normal, β para la exponencial y β y α para la gamma.

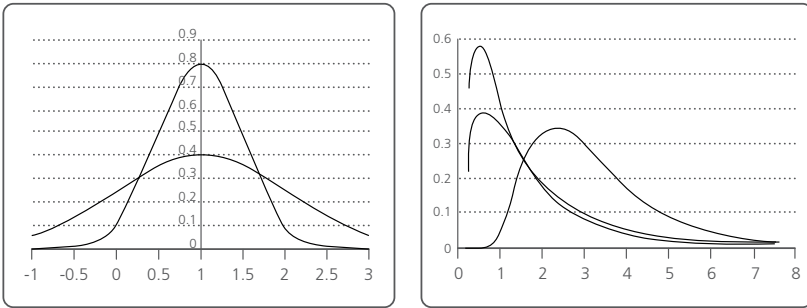


Figura 1.1 Distribución normal y log-normal (izquierda y derecha respectivamente).

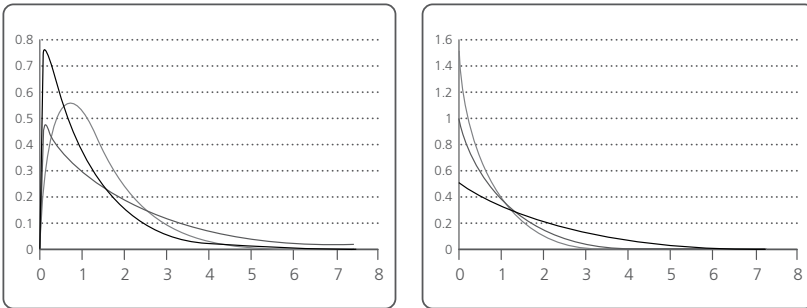


Figura 1.2 Distribución gamma y exponencial (izquierda y derecha respectivamente).

1.4.3 Función de distribución acumulativa

La función de distribución acumulativa de una variable aleatoria —para nuestro caso la lluvia o tasa de lluvia— se define a partir de su función de distribución, según la ecuación (1.10); donde $f(x)$ es la función de distribución.

$$\phi(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx \quad (1.10)$$

La anterior ecuación se puede interpretar como: cuál es la probabilidad que se dé un valor no superior a un x deseado. Para conservar la notación ya descrita en la ecuación (1.17), la función cumulativa para lluvia se daría por la ecuación (1.11) y se interpretaría: cuál es la probabilidad que la lluvia no exceda un R_p .

$$\phi(R_p) = P(R \leq R_p) \quad (1.11)$$

La anterior interpretación es contraria a lo deseado y explicado en la ecuación (1.3) y la ecuación (1.17); ya que se desea conocer es la probabilidad de que exceda ese valor, por lo cual se ha de utilizar la función de distribución acumulativa complementaria. Esta función se describe como uno menos la función de distribución acumulativa (1.12); en inglés se conoce como CCDF (*Complementary Cumulative Distribution Function*).

$$FDCC = 1 - \phi(x) \quad (1.12)$$

Por lo tanto la ecuación (1.17) se puede representar utilizando la función de distribución acumulativa.

$$p\% = P(R > R_p) = 1 - \phi(R_p) = CCDF(R_p) \quad (1.13)$$

La ventaja es que actualmente MS Excel u otras hojas de cálculo similares traen integradas estas funciones lo cual facilita su cálculo. Las funciones son:

- `distr.gamma(x; alfa; beta; acum)`
- `distr.exp(x; lambda; acum)`
- `distr.norm(x; media; desviación; acum)`
- para el cálculo de la log-normal se debe realizar mediante

$$\text{dis.log.norm}(x, m, d) = \frac{\text{distr.norm}(\ln(x), m, d, 0)}{x} \quad (1.14)$$

obsérvese que las funciones tienen una variable adicional —acum—; su uso es: si su valor es 0 se calcula la función de distribución, si el valor es 1 se calcula la función acumulativa. En algunos casos se desea calcular la operación contraria, se tiene el valor de la probabilidad y los parámetros y se desea conocer x , en este caso se tienen las funciones inversas.

1.5 Tasa de lluvia y su relación con la atenuación

Por lo anterior el trabajo ahora recae en la forma de encontrar una manera para calcular esta atenuación mediante un modelo matemático. A partir de mediciones y de forma empírica se encontró que el A_p no depende de la cantidad de lluvia (lluvia acumulada), sino de la tasa de lluvia: cantidad de agua que cae por unidad de tiempo. A partir de los trabajos realizados por Crane [12] y otros autores [17][25] se ha determinado que la atenuación sigue una forma matemática descrita por la ecuación (1.15), donde A es la atenuación, k y α son constantes y R es la tasa de lluvia dada en mm/h.

$$A = kR^\alpha \quad (1.15)$$

La ecuación (1.15) representa el modelo básico de atenuación específica (dB/km), el capítulo 3 del presente libro ahonda en el tema y describe y compara otros modelos de atenuación de interés en especial para el caso colombiano.

Como se indicó anteriormente, se desean realizar cálculos de A_p , por lo cual la ecuación (1.15) se le adiciona la probabilidad y queda descrita en la ecuación (1.16).

$$A_p = kR_p^\alpha \quad (1.16)$$

En la ecuación (1.16) R_p representa la tasa de lluvia que excede en $p\%$; el concepto es similar al del A_p y se representa de una manera matemática en la ecuación (1.17).

$$P(R > R_p) = p\% \quad (1.17)$$

La interpretación es: la probabilidad que la tasa de lluvia R exceda a R_p es $p\%$.

1.6 Tiempo de integración

El método natural para determinar R_p , sería mediante mediciones. La medición debería ser de la tasa de lluvia instantánea; la dificultad de realizar dichas mediciones radica en el costo de los instrumentos necesarios para poder realizarlas. Los equipos más económicos que permiten realizar esta medición son los que utilizan el método de centelleo óptico; aun así, el costo de estos equipos está en el rango de US\$10.000 a US\$20.000. Valor que normalmente se sale del presupuesto para estudios como los adelantados y descritos en este documento.

Descartados los sistemas ópticos la siguiente alternativa son los equipos que realizan mediciones por acumulación; es frecuente que los equipos se diseñen para tomar medidas del acumulado de 24 horas (un día); este rango es excesivamente alto e introduce un error elevado en el estimado de la tasa de lluvia. Por lo anterior la UIT [3] decidió que el periodo de medición debe ser de un minuto; de allí nace el concepto que R_p debe salir de mediciones de mm/h a partir de integraciones de un minuto (es normal verlo escrito 1-min).

Actualmente existen algunas estaciones que realizan mediciones del acumulado de lluvia cada hora o media hora. Existe literatura que indica el procedimiento para obtener la tasa de lluvia mm/h 1-min a partir de integraciones superiores: 1-hora, 30-min, 10-min y 5-min.

Lecturas recomendadas

- [1] Modelo de la atenuación específica debida a la lluvia para los métodos de predicción, Recomendación UIT-R P838-3, 2005.
- [2] Características de la precipitación para establecer modelos de propagación, Recomendación UIT-R P837-5, 2007.
- [3] Métodos de predicción de la propagación necesarios para los servicios fijo (acceso de banda ancha), móvil y de radiodifusión terrenal por encima de 30 MHz, Cuestión UIT-R 203-3/3, 2002.
- [4] S. Milton and J. Arnold, Probabilidad y estadística con aplicaciones para ingeniería y ciencias computacionales, Mc Graw Hill, 4a Edición, 2004.

Atenuación por lluvia fue editado y publicado
por la Editorial Universidad El Bosque.
Septiembre de 2013
Bogotá D. C., Colombia